

مثال: مدیر یک رستوران می‌خواهد که تعیین کند که آیا میانگین زمان انتظار برای سفارش غذا نسبت به ماه گذشته که ۴,۵ دقیقه بوده است تغییر کرده است. یک نمونه تصادفی از ۲۵ مشتری میانگینی برابر ۵,۱ دقیقه را نشان می‌دهد. اگر انحراف معیار جامعه ۱,۲ دقیقه باشد در سطح آلفای ۵٪ و با فرض نرمال بودن جامعه، آزمون مربوطه را نوشته و تست نمایید.

$$\mu_0 = 4.5$$

$$n = 25$$

$$\bar{x} = 5.1$$

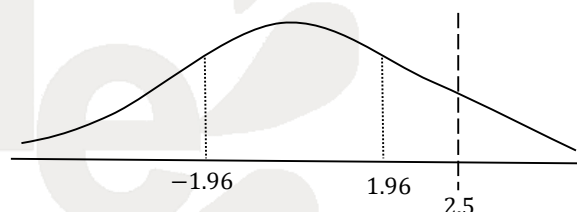
$$\sigma = 1.2$$

حل:

$$\{H_0: \mu = 4.5$$

$$\{H_1: \mu \neq 4.5$$

$$\alpha = 5\% \Rightarrow Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 1.96$$



$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{5.1 - 4.5}{\frac{1.2}{\sqrt{25}}} = 2.5$$

فرضیه H_0 رد شده و شواهدی موجود است که نشان می‌دهد میانگین انتظار تغییر نموده است.

نکته: با توجه به دو دامنه بودن توزیع «P-Value» از جمع حدود بیشتر از ۲,۵ و کمتر از ۲,۵ حاصل می‌گردد.

$$P - Value = 0.0124 < \alpha = 5\%$$

در نتیجه فرضیه H_0 رد می‌شود.

آزمون فرض - ادامه

صفات کمی - یک جامعه (با واریانس مجهول)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

مثال: متوسط زمان انتظار در بانکی به میزان ۱۶۳,۹ ثانیه می‌باشد. مدیر بانک در نظر دارد تا باجه جدیدی در این بانک ایجاد کند. یک نمونه تصادفی از ۲۵ مشتری میانگین زمان انتظار ۱۵۲,۷ ثانیه را با انحراف معیار ۲۰ ثانیه نشان می‌دهد. با فرض نرمال بودن، در سطح آلفای ۵٪ توزیع آزمون مربوطه را نوشته و تست نمایید. آیا ایجاد باجه جدید زمان انتظار را کاهش داده است؟

$$\mu_0 = 163.9$$

$$n = 25$$

$$\bar{x} = 152.7$$

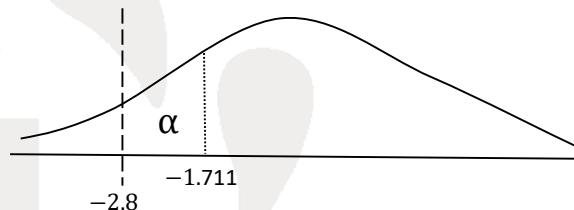
$$S = 20$$

$$\alpha = 5\%$$

حل:

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0: \mu \geq 163.9 \\ \mathcal{H}_1: \mu < 163.9 \end{cases}$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{152.7 - 163.9}{\frac{20}{\sqrt{25}}} = -2.8$$



$$t_{\alpha=0.05} = -1.711$$

$$df=24$$

فرضیه \mathcal{H}_0 رد می‌شود. شواهدی موجود است که نشان دهد ایجاد یک باجه جدید در بانک متوسط زمان انتظار مشتریان را کاهش داده است.

نکته: در صورت مساله زمانی که از واژه‌های «بزرگتر» و یا «کوچکتر» استفاده شود شرط بر روی \mathcal{H}_1 نوشته می‌شود و زمانی که از واژه‌های «حداقل» و یا «حداکثر» استفاده شود شرط بر روی \mathcal{H}_0 نوشته می‌شود.

نکته: اگر نتیجه آزمون و فرض انتخاب شده اختلاف بزرگی داشته باشند، بنابر تجربه به احتمال زیادی آزمون به اشتباه طراحی شده است.

مثال: شرکت تولید کننده شکلات می‌خواهد که میانگین وزن بسته‌های شکلات بیشتر از ۶٫۰۳ گرم نباشد. یک نمونه از ۵۰ جعبه شکلات میانگین ۶٫۰۳۴ و انحراف معیار ۰٫۰۲ گرم را نشان می‌دهد. در سطح آلفای ۱٪ آزمون مربوطه را تست نمایید.

$$\mu_0 = 6.03 \text{ g}$$

$$n = 50$$

$$\bar{x} = 6.034$$

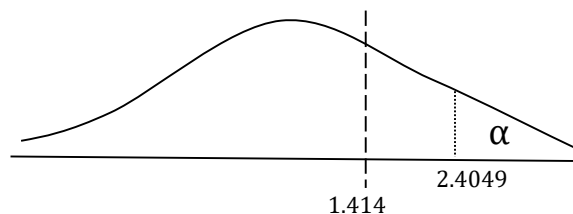
$$S = 0.02$$

$$\alpha = 1\%$$

حل:

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0: \mu \leq 6.03 \\ \mathcal{H}_1: \mu > 6.03 \end{cases}$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{6.034 - 6.03}{\frac{0.02}{\sqrt{50}}} = 1.414$$



$$t_{\alpha=0.01} = 2.4049$$

$$df=49$$

شواهدی برای رد \mathcal{H}_0 وجود ندارد. شواهدی موجود نیست که نشان دهد که میانگین جامعه بزرگتر از ۶٫۰۳ می‌باشد.

$$P - \text{Value} = 0.0818 > \alpha = 0.01$$

در نتیجه فرضیه \mathcal{H}_0 رد نمی‌شود.

آزمون فرض - ادامه

صفات کیفی - یک جامعه

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0: P \geq 0.6 \\ \mathcal{H}_1: P < 0.6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0: P \leq 0.2 \\ \mathcal{H}_1: P > 0.2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0: P = 0.8 \\ \mathcal{H}_1: P \neq 0.8 \end{cases}$$

$$P_s = \frac{x}{n} \quad \text{نسبت نمونه}$$

$$P \quad \text{نسبت جامعه}$$

$$Z = \frac{P_s - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1 - P_0)}{n}}}$$

مثال: روزنامه‌ها اعلام کردند که برای ایام عید حداقل ۹۰٪ از هتل‌های شیراز رزرو خواهند بود. یک نمونه از ۵۸ هتل نشان داده است که ۴۹ هتل اتاق خالی ندارند. با سطح آلفای ۵٪ آزمون مربوطه را تست نمایید.

$$n = 58$$

$$x = 49$$

$$P = 0.90$$

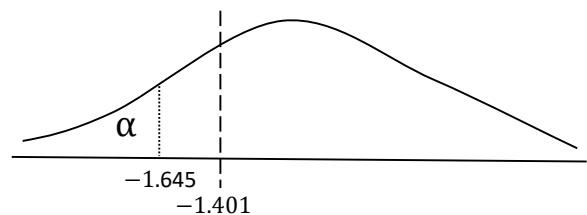
حل:

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0: P \geq 0.9 \\ \mathcal{H}_1: P < 0.9 \end{cases}$$

$$P_s = \frac{x}{n} = \frac{49}{58} = 0.8448$$

$$Z = \frac{P_s - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1 - P_0)}{n}}} = \frac{0.8448 - 0.9}{\sqrt{\frac{0.9(0.1)}{58}}} = -1.401$$

$$Z_{0.05} = -1.645$$



فرضیه \mathcal{H}_0 رد نمی‌شود. شواهدی موجود نیست که نشان دهد نسبت هتل‌های رزرو شده کمتر از ۹۰٪ باشد.

$$P - \text{Value} = 0.078 > \alpha = 0.05$$

در نتیجه فرضیه \mathcal{H}_0 رد نمی‌شود.

مثال: یک شرکت تولید کننده ادعا می کند که حداقل ۹۶٪ از کالاهای تولید شده سالم می باشند. یک نمونه تصادفی از ۵۰۰ عدد کالا نشان می دهد که ۳۶ عدد معیوب هستند. در سطح آلفای ۵٪ آزمون مربوطه را تست نمایید.

$$n = 500$$

$$x = 500 - 36 = 464$$

$$P_0 = 0.96$$

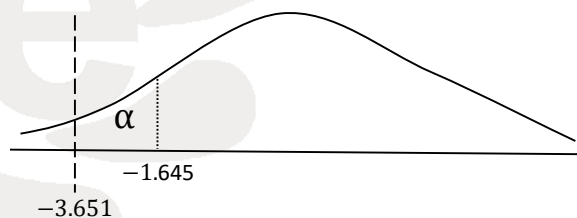
حل:

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0: P \geq 0.96 \\ \mathcal{H}_1: P < 0.96 \end{cases}$$

$$P_s = \frac{464}{500} = 0.928$$

$$Z = \frac{P_s - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1 - P_0)}{n}}} = \frac{0.928 - 0.96}{\sqrt{\frac{0.96(0.04)}{500}}} = -3.651$$

$$Z_{0.05} = -1.645$$



فرضیه \mathcal{H}_0 رد می شود. شواهدی وجود دارد که نشان می دهد که کمتر از ۹۶٪ کالاهای تولید شده سالم می باشند.

NashrElm.com